

Минобрнауки России

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

Кургалин Сергей Дмитриевич

Кафедра цифровых технологий

28.02.2022



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.18 Теория функций комплексного переменного

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

10.03.01 Информационная безопасность

**2. Профиль подготовки/специализация:**

Безопасность компьютерных систем

**3. Квалификация (степень) выпускника:**

Бакалавриат

**4. Форма обучения:**

Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Кафедра цифровых технологий

**6. Составители программы:**

Сирота Екатерина Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент

**7. Рекомендована:** протокол НМС ФКН №3 от 25.02.2022

**8. Учебный год:**

2022-2023

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:**

Целью курса является изучение основ теории функций комплексного переменного.

Основными задачами курса являются:

- знакомство с комплексными числами и основными операциями над ними;
- освоение понятия функции комплексной переменной, а также понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки;
- освоение операций дифференцирования и интегрирования функции комплексного переменного;
- знакомство с понятием вычетов.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:**

Теория функций комплексного переменного (ТФКП) входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части блока Б1. Для успешного изучения данного курса необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения школьного курса математики.

ТФКП относится к числу фундаментальных разделов современной математики. Знание основ ТФКП является важной составляющей общей математической культуры выпускника.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:**

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности;	ОПК-3.5 знает основные задачи теории функций комплексного переменного;	знает основные задачи теории функций комплексного переменного и основные методы их решения

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:**

2/72

**Форма промежуточной аттестации:**

Зачет с оценкой

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Семестр 2	Всего
Аудиторные занятия	50	50
Лекционные занятия	16	16
Практические занятия	34	34
Лабораторные занятия		0
Самостоятельная работа	22	22
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	0	0
Часы на контроль		0
Всего	72	72

**13.1. Содержание дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Лекционные занятия		

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1.1	Комплексные числа и действия над ними	<p>Основные определения и факты, относящиеся к понятию комплексных чисел; арифметические действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Понятия последовательности комплексных чисел, предела последовательности комплексных чисел, ограниченной, неограниченной, сходящейся последовательности комплексных чисел. Основные теоремы теории пределов. Критерии Коши для сходящейся последовательности. Бесконечно удаленная точка.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
1.2	Функции комплексной переменной	<p>Понятие функции комплексной переменной. Понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Линии на комплексной плоскости.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
1.3	Дифференцирование функций комплексной переменной	<p>Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции. Конформные отображения (первого и второго рода). Аналитические и гармонические функции. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Дифференцирование функций комплексной переменной.</p>	
1.4	Элементарные функции	<p>Явные формулы для функций: <math>\text{Exp}(z)</math>, <math>\text{Sin}(z)</math>, <math>\text{Cos}(z)</math>, <math>\text{Ln}(z)</math>. Алгоритм вычисления функций <math>\text{Arcsin}(z)</math>, <math>\text{Arccos}(z)</math>, <math>\text{Arctg}(z)</math>, <math>\text{Arcctg}(z)</math>. Отображение плоскости, заданные формулами <math>f(z)=z^2</math>, <math>f(z)=1/z</math>.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1.5	Интегрирование функций комплексной переменной	<p>Определения и свойства интеграла по комплексной переменной. Понятие первообразной функции, контура, контурного интеграла. Вычисление. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши. Следствия из формулы Коши. Интегралы, зависящие от параметра. Доказательство существования производных всех порядков у аналитических функций. Теорема Лиувилля.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
1.6	Ряды аналитических функций	<p>Числовые ряды на комплексной области. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов с комплексными членами. Сумма ряда, остаток ряда. Ряды функций комплексной переменной. Сходящиеся и равномерно сходящиеся функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Критерий Коши для равномерно сходящихся функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости и его вычисление. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции. Нули аналитической функции. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о предельных значениях аналитических функций в устранимой особой точке и в полюсе <math>m</math>-го порядка. Теорема Сохатского –Вейерштрасса. Нули аналитической функции. Теорема единственности. Разложение функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1.7	Конформные отображения. Дробно-линейная функция	Понятие конформного отображения. Простейшие примеры конформного отображения. Основные принципы конформного отображения. Свойства дробно-линейного отображения: конформность, круговое свойство, свойство симметрии. Представления дробно-линейной функции как совокупности простейших отображений. Условия однозначно определяющие дробно-линейную функцию.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
1.8	Вычеты и их применение	Классификация особых точек однозначной функции. Поведение функции в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычеты и их приложения. Вычисление вычетов. Основная теорема о вычетах. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. Понятие логарифмического вычета. Подсчет нулей аналитической функции.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
2	Практические занятия		
2.1	Комплексные числа и действия над ними	Основные определения и факты, относящиеся к понятию комплексных чисел; арифметические действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Понятия последовательности комплексных чисел, предела последовательности комплексных чисел, ограниченной, неограниченной, сходящейся последовательности комплексных чисел. Основные теоремы теории пределов. Критерии Коши для сходящейся последовательности. Бесконечно удаленная точка.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
2.2	Функции комплексной переменной	Понятие функции комплексной переменной. Понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Линии на комплексной плоскости.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2.3	Дифференцирование функций комплексной переменной	Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции. Конформные отображения (первого и второго рода). Аналитические и гармонические функции. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Дифференцирование функций комплексной переменной.	
2.4	Элементарные функции	Явные формулы для функций: $\text{Exp}(z)$ , $\text{Sin}(z)$ , $\text{Cos}(z)$ , $\text{Ln}(z)$ . Алгоритм вычисления функций $\text{Arcsin}(z)$ , $\text{Arccos}(z)$ , $\text{Arctg}(z)$ , $\text{Arcctg}(z)$ . Отображение плоскости, заданные формулами $f(z)=z^2$ , $f(z)=1/z$ .	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
2.5	Интегрирование функций комплексной переменной	Определения и свойства интеграла по комплексной переменной. Понятие первообразной функции, контура, контурного интеграла. Вычисление. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши. Следствия из формулы Коши. Интегралы, зависящие от параметра. Доказательство существования производных всех порядков у аналитических функций. Теорема Лиувилля.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2.6	Ряды аналитических функций	<p>Числовые ряды на комплексной области. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов с комплексными членами. Сумма ряда, остаток ряда. Ряды функций комплексной переменной. Сходящиеся и равномерно сходящиеся функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Критерий Коши для равномерно сходящихся функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости и его вычисление. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции. Нули аналитической функции. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о предельных значениях аналитических функций в устранимой особой точке и в полюсе <math>m</math>-го порядка. Теорема Сохатского -Вейерштрасса. Нули аналитической функции. Теорема единственности. Разложение функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>
2.7	Конформные отображения. Дробно-линейная функция	<p>Понятие конформного отображения. Простейшие примеры конформного отображения. Основные принципы конформного отображения. Свойства дробно-линейного отображения: конформность, круговое свойство, свойство симметрии. Представления дробно-линейной функции как совокупности простейших отображений. Условия однозначно определяющие дробно-линейную функцию.</p>	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2.8	Вычеты и их применение	Классификация особых точек однозначной функции. Поведение функции в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычеты и их приложения. Вычисление вычетов. Основная теорема о вычетах. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. Понятие логарифмического вычета. Подсчет нулей аналитической функции.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=7377</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Комплексные числа и действия над ними	2	4		7	13
2	Функции комплексной переменной	2	4		7	13
3	Дифференцирование функций комплексной переменной	2	4		7	13
4	Элементарные функции	2	4		7	13
5	Интегрирование функций комплексной переменной	2	4		7	13
6	Ряды аналитических функций	2	4		7	13
7	Конформные отображения. Дробно-линейная функция	2	4		7	13
8	Вычеты и их применение	2	6		9	17
		16	34	0	58	108



#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется использовать следующие средства:

- рекомендуемую основную и дополнительную литературу;
- методические указания и пособия;
- контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- электронные версии учебников и методических указаний для выполнения практических работ.

Форма организации самостоятельной работы: подготовка к аудиторным занятиям; выполнение домашних заданий; выполнение контрольных работ

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	<i>Будаев, В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных [Электронный ресурс] / Будаев В. Д., Якубсон М. Я. — 1-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2017 .— 456 с.— &lt;URL:<a href="https://e.lanbook.com/book/96244">https://e.lanbook.com/book/96244</a>&gt;.</i>
2	<i>Крупин, В. Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.Г. Крупин, А.Л. Павлов, Л.Г. Попов - М. : Издательский дом МЭИ, 2017.— 332 с.— &lt;URL:<a href="http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012376.html">http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012376.html</a>&gt;.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Волковвыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие для студ. вузов / Л. И. Волковвыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. — Изд. 4-е, перераб. — М. : Физматлит, 2004 .— 312 с.
2	Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной: учебное пособие / под ред. И. М. Петрушко .— Москва : Лань, 2010 .— 368 с.
3	Лунц, Г. Л. Функции комплексного переменного: учебник для вузов / Г. Л. Лунц, Л. Э. Эльсгольц. - М. : Наука, 2002. - 296 с.
4	Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов ; Моск. гос. ун-т им. М.В. Ломоносова .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004.— 335 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	<a href="http://www.lib.vsu.ru">www.lib.vsu.ru</a> – ЗНБ ВГУ

№ п/п	Источник
2	Электронный университет ВГУ <a href="https://edu.vsu.ru">https://edu.vsu.ru</a>
3	ЭБС «Лань» <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
4	«Университетская библиотека online» <a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
5	«Консультант студента» <a href="http://www.studmedlib.ru/">http://www.studmedlib.ru/</a>
6	«РУКОНТ» (ИТС Контекстум) <a href="https://lib.rucont.ru/">https://lib.rucont.ru/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
-------	----------

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При проведении занятий в дистанционном режиме обучения используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ (<https://edu.vsu.ru>), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Лекционная аудитория, оснащенная мультимедийным проектором; специализированная мебель: доска меловая или маркерная 1 шт., столы, стулья в необходимом количестве.

ОС Windows v.7, 8, 10, набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
-------	-----------------------------	-----------------	----------------	---

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-8. Комплексные числа и действия над ними. Функции комплексной переменной. Дифференцирование функций комплексной переменной. Элементарные функции. Интегрирование функций комплексной переменной. Ряды аналитических функций. Конформные отображения. Дробно-линейная функция. Вычеты и их применение	ОПК-3	ОПК-3.5	письменный опрос

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Зачет с оценкой

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Комплект КИМ

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

1) знание основных понятий теории функций комплексного переменного и методов теории функций комплексного переменного, которые

используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;

2) знание постановки классических задач;

3) знание методов формулировки и доказательства математических утверждений;

4) умение применять методы теории функций комплексного переменного для решения задач профессиональной

деятельности;

5) умение применять аппарат теории функций комплексного переменного для доказательства утверждений и теорем;

6) владение навыками квалифицированного выбора и адаптации существующих методов для решения практических задач решения различных задач;

7) владение навыками использования методов решения классических задач теории функций комплексного переменного для решения различных естественнонаучных задач.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется 4-балльная шкала:

«отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трем из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырем из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.	-	Неудовлетворительно

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

#### Перечень практических заданий

#### Контрольная работа № 1

Задание 1 (10 баллов). Геометрическая интерпретация комплексных чисел.

Задание 2 (20 баллов). Бесконечно удаленная точка.

Задание 3 (20 баллов). Следствия из формулы Коши.

### 20.2 Промежуточная аттестация

#### Пример контрольно-измерительного материала

УТВЕРЖДАЮ

заведующий кафедрой цифровых технологий

\_\_\_\_\_ С.Д. Кургалин

\_\_.\_.2021

Направление подготовки / специальность 10.03.01 Информационная безопасность

Дисциплина Б1.О.18 Теория функций комплексного переменного

Форма обучения Очное

Вид контроля Зачет с оценкой

Вид аттестации Промежуточная

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрическая интерпретация.

2. Понятие ряда Лорана.

Преподаватель \_\_\_\_\_ Е.А. Сирота

## Перечень вопросов к зачету:

Основные определения и факты, относящиеся к понятию комплексных чисел; арифметические действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа, их геометрическая интерпретация. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Понятия последовательности комплексных чисел, предела последовательности комплексных чисел, ограниченной, неограниченной, сходящейся последовательности комплексных чисел. Основные теоремы теории пределов. Критерии Коши для сходящейся последовательности. Бесконечно удаленная точка. Понятие функции комплексной переменной. Понятия односвязной (многосвязной) области, внутренней (внешней, удаленной) точки. Предел функции комплексной переменной. Непрерывность функции комплексной переменной. Линии на комплексной плоскости. Производная функции комплексной переменной. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Условия Коши-Римана дифференцируемости функции. Конформные отображения (первого и второго рода). Аналитические и гармонические функции. Связь между аналитическими и гармоническими функциями. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Дифференцирование функций комплексной переменной. Явные формулы для функций:  $\text{Exp}(z)$ ,  $\text{Sin}(z)$ ,  $\text{Cos}(z)$ ,  $\text{Ln}(z)$ . Алгоритм вычисления функций  $\text{Arcsin}(z)$ ,  $\text{Arccos}(z)$ ,  $\text{Arctg}(z)$ ,  $\text{Arcctg}(z)$ . Отображение плоскости, заданные формулами  $f(z)=z^2$ ,  $f(z)=1/z$ . Определения и свойства интеграла по комплексной переменной. Понятие первообразной функции, контура, контурного интеграла. Вычисление. Теорема Коши для односвязной и многосвязной областей. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши. Следствия из формулы Коши. Интегралы, зависящие от параметра. Доказательство существования производных всех порядков у аналитических функций. Теорема Лиувилля.

Числовые ряды на комплексной области. Сходимость и абсолютная сходимость числовых рядов с комплексными членами. Сумма ряда, остаток ряда. Ряды функций комплексной переменной. Сходящиеся и равномерно сходящиеся функциональные ряды. Признак Вейерштрасса. Критерий Коши для равномерно сходящихся функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды и их свойства. Теорема Абеля. Радиус сходимости и его вычисление. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора. Единственность определения аналитической функции. Нули аналитической функции. Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек аналитической функции. Теоремы о предельных значениях аналитических функций в устранимой особой точке и в полюсе  $m$ -го порядка. Теорема Сохатского-Вейерштрасса. Нули аналитической функции. Теорема единственности. Разложение функции в ряд Лорана. Изолированные особые точки.

Понятие конформного отображения. Простейшие примеры конформного отображения. Основные принципы конформного отображения. Свойства дробно-линейного отображения: конформность, круговое свойство, свойство симметрии. Представления дробно-линейной функции как совокупности простейших отображений. Условия однозначно определяющие дробно-линейную функцию. Классификация особых точек однозначной функции. Поведение функции в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычеты и их приложения. Вычисление вычетов. Основная теорема о вычетах. Вычисление определенных и несобственных интегралов с помощью вычетов. Понятие логарифмического вычета. Подсчет нулей аналитической функции.

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках

изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в формах: письменного опроса и контрольных работ. Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования, а также в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе контроля знаний на факультете компьютерных наук ВГУ.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.